

بنام مهربانترین

In the name of the most compassionate

فیزیک الکتریسیته و مغناطیس

- ▶ رشته کامپیوتر و فناوری اطلاعات
- ▶ دانشکده فنی کوثر
- ▶ حدیث ونایی

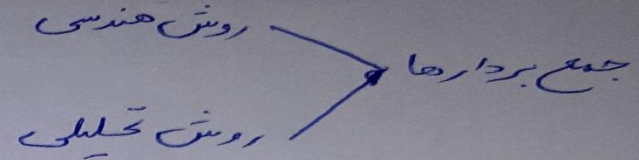
با سلام

دانشجویان عزیز ضمن تبریک سال نو و آرزوی سالی توام با سلامتی و تندرستی
برای شما عزیزان

این فایل مربوط به ادامه درس فیزیک شماست. لطفا مطالب را مطالعه بفرمایید و
ضمن جزوه نویسی این بخش اشکالات خود را یادداشت و انشا... با شروع کلاسهای
درس به رفع اشکال این قسمت می پردازیم.
موفق و پیروز و تندرست باشید.



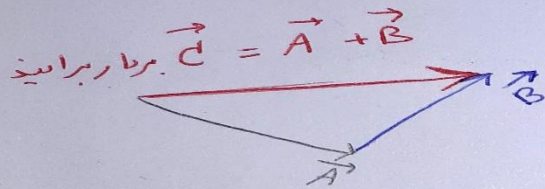
در ادامه بررسی بردارها به مساحت جمع بردارها می پردازیم :



۱- جمع بردارها به روش هندسی
روش مثلثی :
مثلث متوازی الاضلاع چند ضلعی

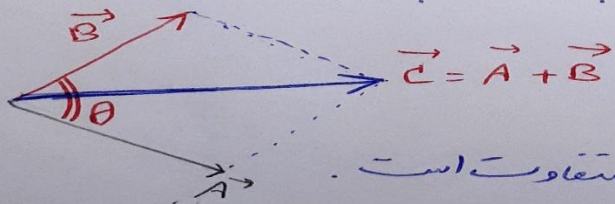


از یک نقطه برداری هم اندازه و هم جهت با بردار A رسم می کنیم. از انتهای بردار A برداری هم اندازه و هم راستا با بردار B رسم می کنیم. برداری که ابتدای A را به انتهای B وصل می کند بردار برابری (جمع دو بردار A و B) است :



روش متوازی الاضلاع :

از یک نقطه برداری هم اندازه و هم جهت با بردار A رسم می کنیم. از همان نقطه برداری هم اندازه و هم راستا با بردار B رسم می کنیم. از انتهای بردار B هم اندازه و به موازات بردار A امتداد می دهیم تا یک متوازی الاضلاع تشکیل شود. قطر متوازی الاضلاع برابری دو بردار A و B است :



* مشاهده می کنیم که بردار C در روش مثلثی و روش متوازی الاضلاع با هم برابر است فقط روش درست آوردن برابری دو بردار (بردار C) متفاوت است.

$$C = \sqrt{|A|^2 + |B|^2 + 2|A||B|\cos\theta}$$

θ : زاویه بین دو بردار

اما اندازه بردار C :
|A| : اندازه بردار A
|B| : اندازه بردار B

الرد و بردار A و B
هم اندازه باشند
 $|A| = |B|$

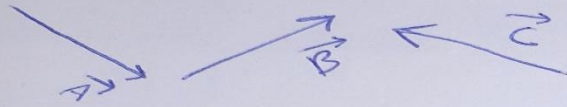
$$C = \sqrt{A^2 + A^2 + 2AA \cos \theta} = \sqrt{2A^2 + 2A^2 \cos \theta}$$

$$C = \sqrt{2A^2(1 + \cos \theta)} \quad \xrightarrow{1 + \cos \theta = 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}$$

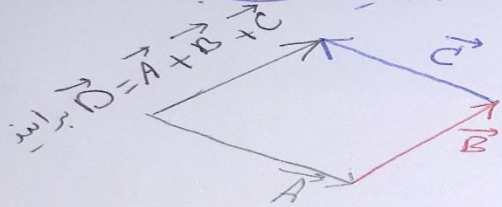
$$C = \sqrt{2A^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}} \Rightarrow \boxed{C = 2A \cos \frac{\theta}{2}}$$

روش چند ضلعی: زمانی که چندین بردار داریم می توان از این روش استفاده کرد مثلاً:

از یک نقطه شروع به ترسیم بردارهای گسسته و از انتهای هر بردار بردار جدید را رسم می کنیم برداری که



ابتدای بردار اول را به انتهای بردار آخر وصل می کند بردار برابری است:



روش تجزیه ای جمع بردارها

از مبدا داشتنیم:

به همین ترتیب $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j}$

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j}$$

$$|A| = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$

و در سه بعد $\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$ و $\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k}$

برای $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \rightarrow \vec{C} = (A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}) + (B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k})$

$$\vec{C} = \underbrace{(A_x + B_x)}_{C_x} \hat{i} + \underbrace{(A_y + B_y)}_{C_y} \hat{j} + \underbrace{(A_z + B_z)}_{C_z} \hat{k}$$

$$\vec{C} = C_x \hat{i} + C_y \hat{j} + C_z \hat{k}$$

که می توانند یک بردار است.

مثال: بردار $\vec{A} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$ و $\vec{B} = -8\hat{j}$ را در نظر بگیرید و موارد خواسته شده را بدست آورید.

الف) اندازه دو بردار A و B

ج) اندازه بردار برابری

الف) $|\vec{A}| = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2} = \sqrt{(2)^2 + (-5)^2} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$

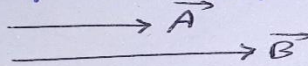
$|\vec{B}| = \sqrt{(B_x)^2 + (B_y)^2} = \sqrt{(0)^2 + (-8)^2} = \sqrt{64} = 8$

ب) $\vec{A} + \vec{B} = (2\hat{i} - 5\hat{j}) + (-8\hat{j}) = 2\hat{i} - 13\hat{j}$

ج) $|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{(2)^2 + (-13)^2} = \sqrt{4 + 169} = \sqrt{173}$

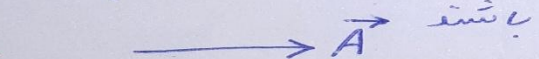
حالات خاص جمع برداری

۱) دو بردار هم راستا و هم سو باشند $\Rightarrow \vec{A} + \vec{B} = |\vec{A}| + |\vec{B}|$

مثلاً: 

یعنی کافی است اندازه دو بردار را با هم جمع کنیم

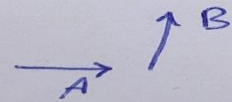
۲) دو بردار هم راستا و غیر هم سو باشند

مثلاً: 

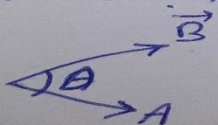
$\Rightarrow \vec{A} + \vec{B} = |\vec{A}| - |\vec{B}|$

یعنی باید اندازه دو بردار را از هم کم کنیم

۳) دو بردار عمود بر هم باشند $\Rightarrow \vec{A} + \vec{B} = \sqrt{(|\vec{A}|)^2 + (|\vec{B}|)^2}$

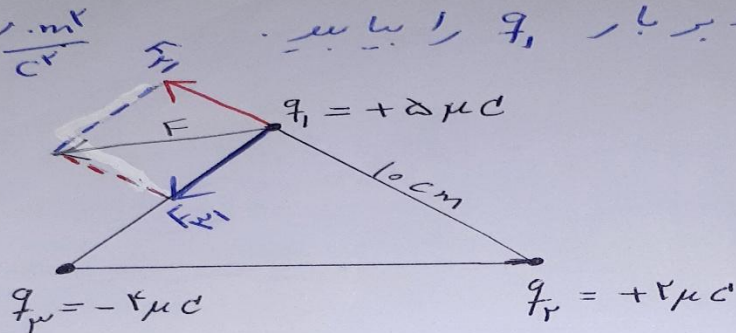
مثلاً 

۴) دو بردار با زاویه بین θ هم اندازه باشند $\Rightarrow \vec{A} + \vec{B} = 2A \cos \frac{\theta}{2}$
(توجه هم ذکر شد)



هر آنچه نیاز بود از بردارها در این درس به اشیاء ذکر شد. حال می خواهیم به کمک جمع برداری نیروی کولنی را بدست آوریم:

مثال: سه ذره باردار مطابق شکل در سه رأس یک مثلث متساوی الاضلاع قرار دارند. برآیند نیروهای وارد بر بار q_1 را بیابید.



حل: ابتدا با توجه به قوانین جذب و دفع بارهای الکتریکی نیروهای وارد بر بار q_1 را از جانب دو بار q_2 و q_3 رسم می کنیم. بار q_1 مثبت است و بار q_3 نیز مثبت است پس نیروی دافعه از طرف بار q_3 بر بار q_1 وارد می شود و بار q_2 مثبت و بار q_3 منفی است و نیروی جاذبه بین آن دو وجود دارد این نیروها را رسم می کنیم (بردارهای قدرموقعا F_{12} و F_{13} در شکل) و سپس با روش متوازی الاضلاع برآیند دو بردار F رسم می کنیم (بردار مداد صغلی در شکل)

با توجه به رابطه کولن اندازه نیروها را بدست می آوریم و سپس اندازه برآیند را بدست می آوریم:

تبدیل واحد بارها الکتریکی و فاصله بین دو بار

$$F_{11} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad r = 10 \text{ cm} \xrightarrow{\text{تبدیل سانتی متر به متر}} r = 10 \times 10^{-2} \text{ m} = 10^{-1} \text{ m}$$

تبدیل میکروکولن به کولن

$$\begin{cases} q_1 = 5 \mu\text{C} \\ q_2 = +2 \mu\text{C} \\ q_3 = -4 \mu\text{C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q_1 = 5 \times 10^{-6} \text{ C} \\ q_2 = 2 \times 10^{-6} \text{ C} \\ q_3 = -4 \times 10^{-6} \text{ C} \end{cases}$$

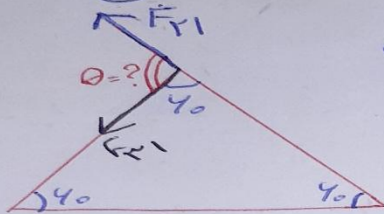
مقادیر فوق را در رابطه قرار می دهیم

$$F_{11} = 9 \times 10^9 \frac{(5 \times 10^{-6})(2 \times 10^{-6})}{(10^{-1})^2} = 9 \text{ (N)}$$

$$F_{31} = 9 \times 10^9 \frac{(4 \times 10^{-6})(5 \times 10^{-6})}{(10^{-1})^2} = 18 \quad (\sim)$$

حال دوشیروی F_{21} و F_{31} با اندازه های مختلف داریم برای برآیندگیری باید از رابطه
 $F = \sqrt{(F_{21})^2 + (F_{31})^2 + 2(F_{21})(F_{31})\cos\theta}$ استفاده کنیم. لازم است زاویه بین دوبردار را بدست

آوریم. مثلث متساوی الاضلاع است و در مثلث متساوی الاضلاع اندازه هر یک



از زوایای داخلی 60° درجه است. زاویه θ زاویه خارجی

حاصل از امتداد ضلع مثلث است و از طرفی زاویه بین

دوشیرو F_{21} و F_{31} شریعی باشد. از آن جا که :

$$\hat{\theta} + 60^\circ = 180^\circ$$

زاویه نیم صفحه

$$\Rightarrow \hat{\theta} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

پس زاویه بین دوشیرو 120° درجه است و شریوی برآیند بصورت زیر محاسبه می شود:

$$F = \sqrt{(F_{21})^2 + (F_{31})^2 + 2(F_{21})(F_{31})\cos\theta}$$

$$F = \sqrt{(9)^2 + (18)^2 + 2(9)(18)\cos 120^\circ} = \sqrt{243} \quad \sim$$

مثال) سه بار نقطه ای $q = 4 \times 10^{-6} \text{ C}$ در گوشه های یک مثلث متساوی الاضلاع

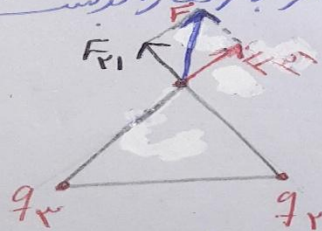
به ضلع 10 cm قرار گرفته اند. اندازه و جهت شریوی وارد بر یکی از بارها را بدست

آورید.

حل :

$$q_1 = q_2 = q_3 = q = 4 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$r = 10 \text{ cm} = 10 \times 10^{-2} = 10^{-1} \text{ m}$$



بار q را بعنوان باری که از طرف دوبر دیگر به آن نیرو وارد می شود

در نظر می گیریم. q_2 و q_3 هر دو مثبت اند پس q_1 به شریوی دافعه وارد می کند. (F_{21}) در شکل

q_3 هم مثبت است پس q_1 بر q_3 شریوی دافعه وارد می کند. (F_{31}) در شکل

که با روش متوازی الاضلاع بردار برآیند (F) را رسم می کنیم و طبق قانون کولن

اندازه برابر است می آوریم

$$F_{11} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{(4 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-6})}{(10^{-1})^2} = 14,4 \text{ N}$$

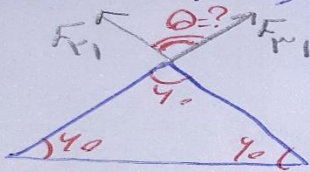
$$F_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{(4 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-6})}{(10^{-1})^2} = 14,4 \text{ N}$$

با توجه به مقدار بردار است آمده متوجه می شویم که دو نیروی هم اندازه داریم در حالت خاص دو نیروی هم اندازه داریم و با یار از رابطه $C = 2A \cos \theta$ استفاده کنیم

* در مرحله اول نیز با توجه به اینکه بارها هم اندازه و فاصله هم برابر با بار q_1 یکی بود این موضع قابل تشخیص بود.

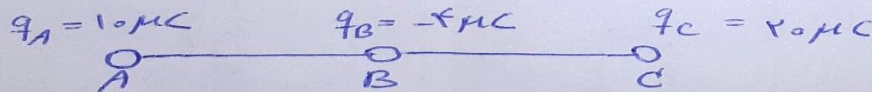
$$\Rightarrow F = 2(F_{11}) \cos \theta$$

یعنی θ : زوایای داخلی مثلث هیک $\frac{1}{2}$ درجه است و زاویه بین دو بردار (θ) با زاویه داخلی مثلث متقابل به رأس و هم اندازه اند پس $\theta = 60^\circ$



$$\Rightarrow F = 2(14,4) \cos \frac{60}{2} = 24,94 \text{ N}$$

مثال، در شکل زیر $AB = BC = 2 \text{ cm}$ است. برآیند نیروهای وارد بر q_A چقدر است؟



حل: ابتدا نیروهای وارد بر q_A را مشخص می کنیم. q_B باری منفی است که با توجه به مثبت بودن q_A نیروی جاذبه به q_A وارد می کند اما q_C باری مثبت است و بر q_A مثبت نیروی دافعه وارد می کند که این نیروها را به ترتیب با F_{BA} و F_{CA} نمایش می دهیم:

$$q_A = 10 \mu\text{C} = 10 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$q_B = -4 \mu\text{C} = -4 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$q_C = 20 \mu\text{C} = 20 \times 10^{-6} \text{ C}$$

$$AB = BC = 2 \text{ cm} = 2 \times 10^{-2} \text{ m} \text{ و } r_{AB} = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$r_{AC} = AB + BC = 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$$

به کمک قانون کولن دوشیرو را محاسبه می کنیم و سپس بر ایندی گیریم:

$$F_{BA} = k \frac{q_A q_B}{(r_{AB})^2} = 9 \times 10^9 \frac{(4 \times 10^{-4})(10 \times 10^{-6})}{(4 \times 10^{-2})^2} = 400 \text{ N}$$

$$F_{CA} = k \frac{q_A q_C}{(r_{AC})^2} = 9 \times 10^9 \frac{(20 \times 10^{-6})(10 \times 10^{-6})}{(4 \times 10^{-2})^2} = 500 \text{ N}$$

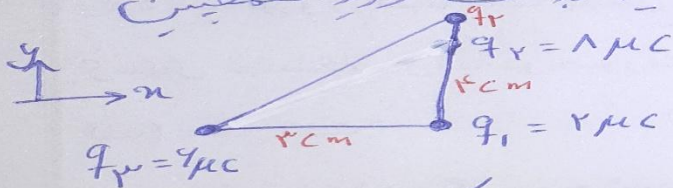
با توجه به شکل دوشیرو هم راستا و غیرهم سو داریم
پس حالت خاص جمع برداری و داریم:

$$F = F_{CA} - F_{BA} = 500 - 400 = 100 \text{ N}$$

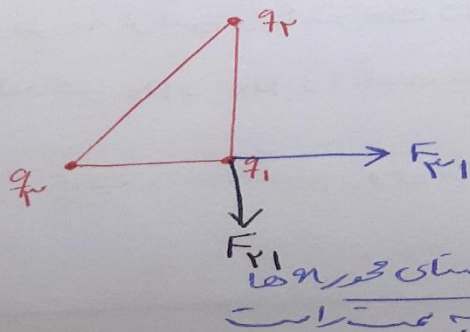
چون F_{CA} بزرگتر از F_{BA} است پس جهت نیروی برایند به سمت چپ است.

مثال) مطابق شکل سه ذره باردار در سه رأس مثلث قائم الزاویای ثابت شده اند.

برایند نیروهای وارد بر بار q_1 را بر حسب بردارهای یکدیگر بدست آورید. همچنین بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار q_1 را بیابید.



حل) ابتدا به کمک قوانین جذب و دفع نیروهای وارد بر q_1 را رسم می کنیم. q_1 باری مثبت است که با q_2 و q_3 که هر دو مثبت اند برهم کنش می کند، چون بارها مثبت اند پس نیروی دافعه به هم وارد می کنند (F_{21} و F_{31} در شکل)



$$F_{31} = k \frac{q_1 q_3}{(r_{13})^2}$$

فاصله بین q_1 و q_3 $= 3 \text{ cm} = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$

$$F_{31} = 9 \times 10^9 \frac{(2 \times 10^{-6})(6 \times 10^{-6})}{(3 \times 10^{-2})^2} = 120 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_{31} = 120 \text{ N}$$

$$F_{r1} = k \frac{q_1 q_2}{(r_{12})^2}$$

↓

$$q_2 \text{ و } q_1 \text{ فاصله بین } = 4 \text{ cm} = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$F_{r1} = 9 \times 10^9 \frac{(1 \times 10^{-7}) \times (2 \times 10^{-7})}{(4 \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N}$$

در راستای محور ها
و به سمت چپ
چون منفی می شود

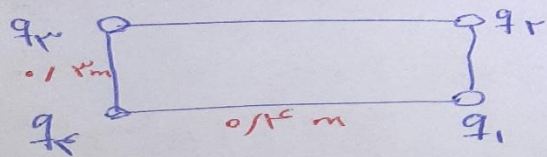
$$\Rightarrow F_{r1} = -90 \hat{j}$$

برایند

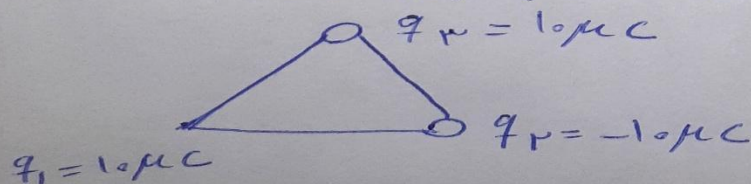
$$F = 120 \hat{i} - 90 \hat{j}$$

اندازه F $|F| = \sqrt{(120)^2 + (-90)^2} = 150 \text{ N}$

تمرین: در شکل زیر اندازه برای نیروهای وارد بر بار $q_1 = -5 \times 10^{-6} \text{ C}$ را از جانب سه بار الکتریکی $q_2 = -8 \times 10^{-6} \text{ C}$ و $q_3 = 15 \times 10^{-6} \text{ C}$ و $q_4 = -12 \times 10^{-6} \text{ C}$ بدست آور.



تمرین: در شکل زیر سه بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 و q_3 در سه رأس یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع یک متر ثابت شده‌اند. بزرگی نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 از لحاظ دو بار q_1 و q_2 چند نیوتن و در چه جهتی است؟





از توجه شما
سپاسگزارم